

**Демонстрационный вариант
экзаменационной работы по математике (повышенный уровень)
для индивидуального отбора в 6 класс
ГБОУ КК «Школа «Поколение»**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа включает в себя 7 заданий повышенного уровня сложности.

На выполнение работы отводится 60 минут. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.**

Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа, после чего подробно и обоснованно описать решение в бланках ответов. Решения заданий оцениваются в соответствии с критериями, приведенными ниже.

Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

При выполнении заданий 1–7 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его подробное решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

1 Найдите значение выражения:

$$\left(1\frac{3}{7} \cdot 2\frac{1}{3} : \frac{5}{6} - \frac{5}{8}\right) : \left(5\frac{1}{4} - \frac{3}{4}\right)$$

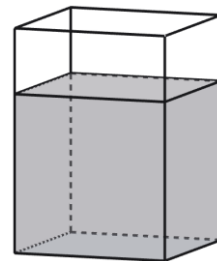
2 Для компота взяли 6 частей яблок, 5 частей груш и 3 части слив. Оказалось, что груш и слив вместе взяли 2 кг 400 г. Определите массу взятых яблок и всех фруктов.

3 К лечебной ванне подведены два крана. Через один из них ванна может быть заполнена водой за 12 мин, а через другой – за 8 мин. За какое время заполнится ванна, если оба крана включить одновременно?

4 Иван выбрал двузначное число, не делящееся на 10, поменял его цифры местами и вычислил разность полученных чисел. Какое самое большое число он мог получить?

5 Сколько существует двузначных чисел, у которых цифра десятков меньше, чем цифра единиц?

6 Вазу, имеющую форму прямоугольного параллелепипеда с высотой 50 см, шириной 20 см и длиной 25 см налили воду так, что её уровень составил 30 см. В вазу с водой опустили металлический предмет после чего уровень воды в вазе стал 32 см. Чему равен объём металлического предмета?



7 Лёша и Гоша вскапывали на огороде грядку. Они начали работу одновременно с противоположных концов грядки, двигаясь навстречу друг другу. Гоша копал в два раза быстрее, чем Лёша, но зато после каждого вскопанного метра устраивал перерыв на 20 минут, а Лёша копал хоть медленно, но без перерывов. Через 2 часа после начала работы Лёша добрался до середины грядки и обнаружил там отдыхающего Гошу. Чему равна длина грядки?

Решения и критерии оценки

1 Найдите значение выражения:

$$\left(1\frac{3}{7} \cdot 2\frac{1}{3} : \frac{5}{6} - \frac{5}{8}\right) : \left(5\frac{1}{4} - \frac{3}{4}\right)$$

Решение.

$$\left(1\frac{3}{7} \cdot 2\frac{1}{3} : \frac{5}{6} - \frac{5}{8}\right) : \left(5\frac{1}{4} - \frac{3}{4}\right) = \left(\frac{10}{7} \cdot \frac{7}{3} \cdot \frac{6}{5} - \frac{5}{8}\right) : \left(\frac{21}{4} - \frac{3}{4}\right) = \left(4 - \frac{5}{8}\right) : \frac{18}{4} = \frac{27}{8} \cdot \frac{4}{18} = \frac{3}{4}$$

Ответ: $\frac{3}{4}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	1

2 Для компота взяли 6 частей яблок, 5 частей груш и 3 части слив. Оказалось, что груш и слив вместе взяли 2 кг 400 г. Определите массу взятых яблок и всех фруктов.

Решение.

- 1) Груши и сливы вместе составляют $5 + 3 = 8$ частей.
- 2) $2400 : 8 = 300$ (г) – весит одна часть.
- 3) Так как яблок было 6 частей, то $300 \cdot 6 = 1800$ (г) – весят яблоки.
- 4) $2400 + 1800 = 4200$ (г) – весят все фрукты.

Ответ: 1 кг 800 г – масса яблок, 4 кг 200 г – масса всех фруктов.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	2
Верно составлена математическая модель задачи, однако решение не доведено до конца. ИЛИ Решение в целом верное, но допущены вычислительные ошибки или не существенные недостатки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

- 3 К лечебной ванне подведены два крана. Через один из них ванна может быть заполнена водой за 12 мин, а через другой – за 8 мин. За какое время заполнится ванна, если оба крана включить одновременно?

Решение.

- 1) Пусть A – объём ванны, V_1 – скорость, с которой вода вытекает из первого крана, а V_2 – из второго. Тогда $A = 12 \cdot V_1$ и $A = 8 \cdot V_2$ так как первый кран наполняет ванну за 12 минут, а второй – за 8 минут.
- 2) Так как объём ванны постоянен, то получим: $12 \cdot V_1 = 8 \cdot V_2$, отсюда $V_1 = \frac{2}{3} V_2$.
- 3) Если краны открыть одновременно, то ванна наполнится за t минут, тогда имеем $A = (V_1 + V_2) \cdot t$. Подставим в это равенство значения A и V_1 , выраженные через V_2 , получим:

$$8 \cdot V_2 = \left(\frac{2}{3} V_2 + V_2\right) \cdot t$$

$$8 \cdot V_2 = \frac{5}{3} V_2 \cdot t,$$

отсюда $t = \frac{24}{5}$ или $t = 4,8$ минут.

Ответ: 4,8 минут.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	2
Верно составлена математическая модель задачи, однако решение не доведено до конца. ИЛИ Решение в целом верное, но допущены вычислительные ошибки или не существенные недостатки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

- 4 Иван выбрал двузначное число, не делящееся на 10, поменял его цифры местами и вычислила разность полученных чисел. Какое самое большое число он мог получить?

Решение.

- 1) Пусть двузначное число представлено в виде $10a + b$, где a и b – цифры не равные 0. Тогда число, в котором поменяли цифры представимо в виде: $10b + a$.
- 2) Найдём разность между этими числами:

$$10a + b - 10b - a = 9a - 9b = 9(a - b).$$

Для того чтобы разность была наибольшей нужно, чтобы наибольшей была разность $a - b$. Для этого a должно быть наибольшим, а b – наименьшим. Следовательно, $a = 9$, $b = 1$, а наибольшая разность: $9 - 8 = 1$.

Ответ: 72.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	2
Ответ верный, но не обоснованный	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

- 5 Сколько существует двузначных чисел, у которых цифра десятков меньше, чем цифра единиц?

Решение.

Рассмотрим двузначные числа. Самое маленькое двузначное число, удовлетворяющее условию задачи – 12, самое большое – 89. Распишем их по десяткам и посчитаем:

12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19,
 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,
 34, 35, 36, 37, 38, 39,
 45, 46, 47, 48, 49,
 56, 57, 58, 59,
 67, 68, 69,
 78, 79,
 89.

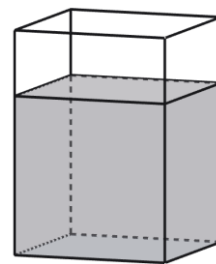
В первом ряду их – 9, во втором – 8 и т.д., в каждом следующем на 1 меньше, чем в предыдущем. Получим:

$$9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 45.$$

Ответ: 45.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	2
Ответ верный, но не обоснованный	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

6 Вазу, имеющую форму прямоугольного параллелепипеда с высотой 50 см, шириной 20 см и длиной 25 см налили воду так, что её уровень составил 30 см. В вазу с водой опустили металлический предмет после чего уровень воды в вазе стал 32 см. Чему равен объём металлического предмета?



Решение.

- 1) Найдём начальный объём воды в вазе: $V = 30 \cdot 20 \cdot 25 = 15000$ (см³)
- 2) Найдём объём воды, когда уровень воды в вазе стал 32 см:
 $V_1 = 32 \cdot 20 \cdot 25 = 16000$ (см³)
- 3) Разность между полученным объёмом и начальным объёмом равна:
 $1600 - 1500 = 1000$ (см³) – это объём металлического предмета, который опустили в вазу.

Ответ: 1000 см³.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	3
Ход решения задачи верный, но получен не верный ответ из-за вычислительной ошибки	2
Верно найдены один или оба объёма, но окончательный ответ не найден.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

7 Лёша и Гоша вскапывали на огороде грядку. Они начали работу одновременно с противоположных концов грядки, двигаясь навстречу друг другу. Гоша копал в два раза быстрее, чем Лёша, но зато после каждого вскопанного метра устраивал перерыв на 20 минут, а Лёша копал хоть медленно, но без перерывов. Через 2 часа после начала работы Лёша добрался до середины грядки и обнаружил там отдыхающего Гошу. Чему равна длина грядки?

Решение.

- 1) Пусть x (м/ч) – скорость, с которой вскапывал грядку Лёша, тогда скорость Гоши – $2x$ (м/ч).
- 2) Пусть длина грядки S , тогда так как Лёша за 2 часа вскопал половину грядки, то $x \cdot 2 = \frac{S}{2}$, т.е. $4x = S$.
- 3) Так как Гоша тоже вскопал половину грядки, то время его работы $\frac{S}{2} : 2x = \frac{S}{4x}$ и так как $S = 4x$, то время работы Гоши 1 час. Тогда Гоша отдыхал 1 час и поскольку от отдыхал по 20 минут, то $60 : 20 = 3$ раза

Гоша отдыхал. И так как он отдыхал после каждого вскопанного метра, то он вскопал 3 м.

- 4) Так как Гоша и Леша вскопали каждый по пол грядки, длина грядки – 6 м.

Ответ: 6.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	3
Ход решения задачи верный, получен не верный ответ из-за вычислительной ошибки.	2
Ход решения задачи верный, но решение не доведено до конца и ответ не обоснован.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

ПОКОЛЕНИЕ
Школа талантов