

**Демонстрационный вариант экзаменационной работы
по информатике (повышенный уровень)
для индивидуального отбора в 10 класс
ГБОУ КК «Школа «Поколение»**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа включает в себя 10 заданий базового, повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение работы отводится 60 минут. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.** Решения заданий участники экзамена записывают в автоматическую систему проверки решений с использованием персонального компьютера.

Инструктаж по работе с автоматической системой проверки решений проводится непосредственно перед началом экзамена. Проверка решений осуществляется с помощью автоматической системы проверки решений.

Решением каждой задачи является ответ на вопрос задачи в строго формализованном виде (число или строка), рассуждения, приводящие к ответу и обосновывающие его правильность, в решение не включаются. При работе над заданиями участники экзамена могут использовать калькуляторы и электронные таблицы на предоставленном персональном компьютере. Средами разработки и компиляторами пользоваться запрещено. Браузер разрешено использовать только для доступа к автоматической системе проверки решений и работы с ней.

Задания можно выполнять в любом порядке.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

- 1 Напишите наибольшее двузначное число, меньшее 55, для которого ИСТИННО высказывание:

(Число < 75) И НЕ (Число четное)

- 2 Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1 \text{ при } n \leq 2;$$

$$F(n) = 2 \cdot F(n - 1) + F(n - 2) \text{ при } n > 2.$$

Чему равно значение функции $F(6)$? В ответе запишите только натуральное число.

3 Запись десятичного числа в системах счисления с основаниями 3 и 5 в обоих случаях имеет последней цифрой 0. Какое минимальное натуральное десятичное число удовлетворяет этому требованию?

4 Для передачи аварийных сигналов договорились использовать специальные цветные сигнальные ракеты, запускаемые последовательно. Одна последовательность ракет – один сигнал; в каком порядке идут цвета – существенно. Какое количество различных сигналов можно передать при помощи запуска ровно четырёх таких сигнальных ракет, если в запасе имеются ракеты пяти различных цветов (ракет каждого вида неограниченное количество, цвет ракет в последовательности может повторяться)?

5 Саше нужно с помощью электронных таблиц построить таблицу нечетных чисел от 11 до 59. Для этого сначала в диапазоне B1:F1 он записал нечетные числа от 1 до 9, и в диапазоне A2:A6 он записал числа от 1 до 5. Затем в ячейку B2 записал формулу двузначного нечетного числа (A2 – число десятков; B1 – число единиц), после чего скопировал её во все ячейки диапазона B2:F6. В итоге получил таблицу нечетных чисел, представленную выше.

	A	B	C	D	E	F
1		1	3	5	7	9
2	1	11	13	15	17	19
3	2	21	23	25	27	29
4	3	31	33	35	37	39
5	4	41	43	45	47	49
6	5	51	53	55	57	59

Какая формула была записана в ячейке B2?

- 1) =A\$2*10+\$B1 2) =\$A2*10+B\$1 3) =\$A2*10+\$B1 4) =A2*10+B1

6 В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для обозначения логической операции «И» – символ «&».

В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

Запрос	Кол-во стр. (тыс.)
угол прямая	180
угол	60
прямая	140

Сколько страниц (в тысячах) будет найдено по запросу **угол & прямая**?

Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

7 Автомат получает на вход четырёхзначное число. По этому числу строится новое число по следующим правилам:

1. Складываются первая и вторая, а также третья и четвёртая цифры исходного числа.
2. Полученные два числа записываются друг за другом в порядке убывания (без разделителей).

Пример. Исходное число: 3165. Суммы: $3 + 1 = 4$; $6 + 5 = 11$. **Результат:** 114.

Укажите наименьшее число, в результате обработки которого, автомат выдаст число 1311.

8 Ниже приведена программа, записанная на двух языках программирования.

Python	C++
<pre>s = int(input()) t = int(input()) A = int(input()) if (s > 10) or (t > A): print("YES") else: print("NO")</pre>	<pre>#include <iostream> using namespace std; int main(){ int s, t, A; cin >> s >> t >> A; if(s > 10) (t > A) cout << "YES" << endl; else cout << "NO" << endl; return 0; }</pre>

Было проведено 9 запусков программы, при которых в качестве значений переменных s и t вводились следующие пары чисел:

(1, 2); (11, 2); (1, 12); (11, 12); (-11, -12); (-11, 12); (-12, 11); (10, 10); (10, 5).

Укажите количество целых значений параметра A , при которых для указанных входных данных программа напечатает «YES» семь раз.

9 Ниже записана программа. Получив на вход число x , эта программа печатает два числа: a и b . Укажите наибольшее из таких чисел x , при вводе которых алгоритм печатает сначала 3, а потом 0.

Python	C++
<pre>x = int(input()) a = 0 b = 1 while x > 0: a += 1 b *= x % 10 x = x // 10 print(a) print(b)</pre>	<pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { int x, a, b; cin >> x; a = 0; b = 1; while (x > 0){ a = a + 1; b = b *(x%10); x = x / 10; } cout << a << endl << b << endl; }</pre>

- 10 Требовалось написать программу, которая вводит с клавиатуры натуральное число N , не превышающее 10^9 , и выводит сумму чётных цифр в десятичной записи этого числа или 0, если чётных цифр нет. Программист торопился и написал программу неправильно. Вот она:

Python	C++
<pre>N = int(input()) s = 0 while N > 1: if N % 2 == 0: s = N % 10 N //= 10 print(s)</pre>	<pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { long long N; int s = 0; cin >> N; while (N > 1) { if (N % 2 == 0) { s = N % 10; } N /= 10; } cout << s << endl; return 0; }</pre>

Приведите пример числа, при вводе которого программа выдаст верный ответ.

Решения

- 1 Напишите наибольшее двузначное число, меньшее 55, для которого ИСТИННО высказывание:

(Число < 75) И НЕ (Число четное)

Решение.

Логическое «И» истинно тогда, когда истинны оба высказывания. Запишем выражение в виде

(Число < 75) И (Число нечетное).

С учетом ограничения, что число должно быть двузначным и меньшим 55, наибольшее число, для которого высказывание будет истинным, число 53.

Ответ: 53.

- 2 Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1 \text{ при } n \leq 2;$$

$$F(n) = 2 \cdot F(n - 1) + F(n - 2) \text{ при } n > 2.$$

Чему равно значение функции $F(6)$? В ответе запишите только натуральное число.

Решение.

Последовательно находим:

$$F(1) = 1;$$

$$F(2) = 1;$$

$$F(3) = 2 + 1 = 3;$$

$$F(4) = 6 + 1 = 7;$$

$$F(5) = 14 + 3 = 17;$$

$$F(6) = 34 + 7 = 41.$$

Таким образом, $F(6) = 41$.

Ответ: 41.

- 3 Запись десятичного числа в системах счисления с основаниями 3 и 5 в обоих случаях имеет последней цифрой 0. Какое минимальное натуральное десятичное число удовлетворяет этому требованию?

Решение.

Если искомое десятичное число при переводе в другую систему счисления дает последним разрядом 0, это значит, что оно делится на основание этой системы счисления без остатка.

Минимальное натуральное десятичное число, имеющее делителями 3 и 5 – это 15.

Ответ: 15.

- 4 Для передачи аварийных сигналов договорились использовать специальные цветные сигнальные ракеты, запускаемые последовательно. Одна последовательность ракет – один сигнал; в каком порядке идут цвета – существенно. Какое количество различных сигналов можно передать при помощи запуска ровно четырёх таких сигнальных ракет, если в запасе имеются ракеты пяти различных цветов (ракет каждого вида неограниченное количество, цвет ракет в последовательности может повторяться)?

Решение.

Если в алфавите M символов, то количество всех возможных «слов» (сообщений) длиной N равно $Q = M^N$.

$$N = 4, M = 5. \text{ Следовательно, } Q = 5^4 = 625.$$

Ответ: 625.

- 5 Саше нужно с помощью электронных таблиц построить таблицу нечетных чисел от 11 до 59. Для этого сначала в диапазоне B1:F1 он записал нечетные числа от 1 до 9, и в диапазоне A2:A6 он записал числа от 1 до 5. Затем в ячейку B2 записал формулу двузначного нечетного числа ($A2$ – число десятков; $B1$ – число единиц), после чего скопировал её во все ячейки диапазона B2:F6. В итоге получил таблицу нечетных чисел, представленную выше.

	A	B	C	D	E	F
1		1	3	5	7	9
2	1	11	13	15	17	19
3	2	21	23	25	27	29
4	3	31	33	35	37	39
5	4	41	43	45	47	49
6	5	51	53	55	57	59

Какая формула была записана в ячейке B2?

$$1) =A\$2*10+\$B1 \quad 2) =\$A2*10+B\$1 \quad 3) =\$A2*10+\$B1 \quad 4) =A2*10+B1$$

Решение.

По условию формула в $B2$ – формула двузначного нечётного числа ($A2$ – число десятков; $B1$ – число единиц)

$$= A2 * 10 + B1$$

Где $A2$ – целая часть десятков, $B1$ – единицы.

При копировании этой формулы вниз (из **B2** в **B3**, **B4** и т.д.) номер строки у десятков должен меняться (**A2** → **A3** → **A4...**), но столбец А должен оставаться фиксированным. Для этого используем смешанную адресацию – **\$A2** (абсолютный столбец, относительная строка).

При копировании вправо (из **B2** в **C2**, **D2** и т.д.) номер строки у единиц должен оставаться строкой 1 (**B1** → **C1** → **D1...**), так как единицы берутся из первой строки. Так же используем смешанную адресацию для второго слагаемого – **B\$1** (относительный столбец, абсолютная строка).

Ответ: 2.

6 В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для обозначения логической операции «И» – символ «&».

В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

Запрос	Кол-во стр. (тыс.)
угол прямая	180
угол	60
прямая	140

Сколько страниц (в тысячах) будет найдено по запросу **угол & прямая**?

Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

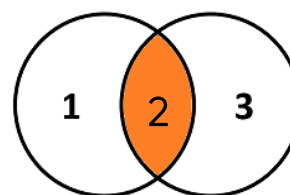
Решение.

Представим таблицу в виде кругов Эйлера. Пусть **угол** – круг 1, **прямая** – круг 3. Тогда задача – найти количество элементов N в области 2: N_2 . По таблице известно:

$$N_1 + N_2 + N_3 = 180 \quad (1),$$

$$N_1 + N_2 = 60 \quad (2),$$

$$N_2 + N_3 = 140 \quad (3).$$



Подставим второе уравнение в первое и найдем N_3 : $N_3 = 180 - 60 = 120$. Таким образом, по запросу **Угол & Прямая** будет найдено

$$N_2 = 140 - 120 = 20 \text{ тысяч страниц.}$$

Ответ: 20.

7 Автомат получает на вход четырёхзначное число. По этому числу

строится новое число по следующим правилам.

1. Складываются первая и вторая, а также третья и четвёртая цифры исходного числа.
2. Полученные два числа записываются друг за другом в порядке убывания (без разделителей).

Пример. Исходное число: 3165. Суммы: $3 + 1 = 4$; $6 + 5 = 11$. **Результат:** 114.

Укажите наименьшее число, в результате обработки которого, автомат выдаст число 1311.

Решение.

Поскольку числа записаны в порядке убывания, одна сумма цифр двух разрядов равна 13, другая – 11. Чтобы число было наименьшим, необходимо, чтобы в старших разрядах находилась как можно меньшая цифра. Следовательно, сумма старших разрядов должна быть меньшей. При разложении 11 на слагаемые необходимо, чтобы одно из них было минимально возможным, поэтому представим 11 как сумму 2 и 9, это – первые две цифры искомого числа. Вторые две цифры получатся разложением числа 13 на слагаемые: 4 и 9.

Следовательно, ответ – 2949.

Ответ: 2949.

8 Ниже приведена программа, записанная на двух языках программирования.

Python	C++
<pre>s = int(input()) t = int(input()) A = int(input()) if (s > 10) or (t > A): print("YES") else: print("NO")</pre>	<pre>#include<iostream> using namespace std; intmain(){ int s, t, A; cin>> s >> t >> A; if(s > 10) (t > A) cout<< "YES" <<endl; else cout<< "NO" <<endl; return 0; }</pre>

Было проведено 9 запусков программы, при которых в качестве значений переменных s и t вводились следующие пары чисел:

(1, 2); (11, 2); (1, 12); (11, 12); (-11, -12); (-11, 12); (-12, 11); (10, 10); (10, 5).

Укажите количество целых значений параметра A , при которых для указанных входных данных программа напечатает «YES» семь раз.

Решение.

Заметим, что программа напечатает «YES», если переменная s будет больше 10 или переменная t будет больше A .

Из первой части условия получаем, что при вводе значений s и t (11, 2), (11, 12) программа напечатает «YES» вне зависимости от значения A . При отрицательных значениях A программа будет выводить «YES» больше семи раз.

Заметим, что при $A = 0$ или при $A = 1$ программа напечатает «YES» восемь раз, при $2 \leq A < 5$ программа напечатает «YES» семь раз. Таким образом, ответ – 3.

Ответ: 3.

9. Ниже записана программа. Получив на вход число x , эта программа печатает два числа, a и b . Укажите наибольшее из таких чисел x , при вводе которых алгоритм печатает сначала 3, а потом 0.

Python	C++
<pre>x = int(input()) a = 0 b = 1 while x > 0: a += 1 b *= x % 10 x = x // 10 print(a) print(b)</pre>	<pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { int x, a, b; cin >> x; a = 0; b = 1; while (x > 0){ a = a + 1; b = b *(x%10); x= x / 10; } cout << a << endl << b << endl; }</pre>

Решение.

Рассмотрим цикл, число шагов которого зависит от изменения переменной x :

```
while x > 0:
    x = x // 10
```

Т. к. оператор `//` оставляет только целую часть от деления, то при делении на 10 это равносильно отсечению последней цифры.

Из приведенного цикла видно, что на каждом шаге от десятичной записи x отсекается последняя цифра до тех пор, пока все цифры не будут отсечены, то есть x не станет равно 0; поэтому цикл выполняется столько раз, сколько цифр в десятичной записи введенного числа, при этом число a столько же раз увеличивается на 1. Следовательно, конечное значение a совпадает с числом цифр в x . Для того, чтобы a стало $a = 3$, x должно быть трёхзначным.

Теперь рассмотрим оператор изменения b : $b *= x \% 10$.

Оператор $\%$ оставляет только остаток от деления, при делении на 10 это последняя цифра x ; следовательно, число b получается произведением цифр числа x .

Если $b = x(1) * x(2) * x(3) = 0$, где число в скобках означает номер цифры в числе x , то хотя бы один из множителей равен нулю, но это означает, что на каком-то шаге x нацело делится на 10. Если это происходит на первом шаге, то $x(1)$ и $x(2)$ могут быть любыми однозначными числами.

Т.к. мы хотим получить наибольшее число, то $x = 990$.

Ответ: 990.

- 10 Требовалось написать программу, которая вводит с клавиатуры натуральное число N , не превышающее 10^9 , и выводит сумму чётных цифр в десятичной записи этого числа или 0, если чётных цифр нет. Программист торопился и написал программу неправильно. Вот она:

Python	C++
<pre>N = int(input()) s = 0 while N > 1: if N % 2 == 0: s = N % 10 N //= 10 print(s)</pre>	<pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { long long N; int s = 0; cin >> N; while (N > 1) { if (N % 2 == 0) { s = N % 10; } N /= 10; } cout << s << endl; return 0; }</pre>

Приведите пример числа, при вводе которого программа выдаст верный ответ.

Решение.

Программа в цикле **всегда** отбрасывает последнюю цифру ($N \% 10$), но сохраняет ее только, если текущее N чётное.

Так как по условию задачи программа должна найти сумму цифр, единственный случай, когда эта программа выдаст правильный ответ, если в числе будет одна четная цифра на любой позиции.

Ответ: любое число с одной четной цифрой.

Правильные ответы

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ответ	53	41	15	625	2	20	2949	3	990	132

ПОКОЛЕНИЕ
ШКОЛА ТАЛАНТОВ