

**Демонстрационный вариант
экзаменационной работы по математике (повышенный уровень)
для индивидуального отбора в 7 класс
ГБНОУ КК «Школа «Поколение»**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа включает в себя 7 заданий повышенного уровня сложности.

На выполнение работы отводится 60 минут. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.**

Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа, после чего подробно и обоснованно описать решение в бланках ответов. Решения заданий оцениваются в соответствии с критериями, приведенными ниже.

Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

При выполнении заданий 1–7 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его подробное решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

1 Найдите значение выражения:

$$\left(3\frac{1}{3} \cdot 1,9 + 19,5 : 4\frac{1}{2}\right) : \left(0,16 - \frac{62}{75}\right) \cdot \frac{3}{8}$$

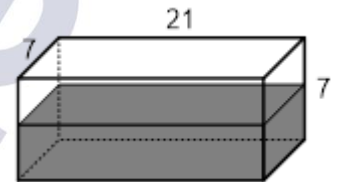
2 Решить уравнение: $|5x - 4| = 1$.

3 В первый день бригада засеяла 40% поля, во второй – 25% оставшейся части поля. Сколько гектаров поля ещё нужно засеять, если в первый день было засеяно 60 га?

4 Катер прошёл по реке от одной пристани до другой за 11 часов и вернулся обратно, затратив на весь путь 25 часов. Какова собственная скорость катера, если расстояние между пристанями 308 км, а скорость течения реки 3 км/ч

5 Два различных простых двузначных числа получены друг из друга перестановкой цифр, а их разность является квадратом некоторого числа. Найти эти числа.

6 Сосуд, имеющий форму параллелепипеда со сторонами 21 см, 7 см и 7 см, наполовину заполнен жидкостью. Каким будет уровень жидкости в сосуде, если поставить его на квадратную грань? Ответ выразите в см.



7 От моста поплыли одновременно пловец против течения и мяч по течению реки. Через 20 мин пловец поплыл обратно и догнал мяч в 2 км от моста. Какова скорость течения реки?

ПОКОЛЕНИЕ
Школа талантов

Решения и критерии оценки

1 Найдите значение выражения:

$$\left(1\frac{3}{7} \cdot 2\frac{1}{3} : \frac{5}{6} - \frac{5}{8}\right) : \left(5\frac{1}{4} - \frac{3}{4}\right)$$

Решение.

$$\begin{aligned} & \left(3\frac{1}{3} \cdot 1,9 + 19,5 : 4\frac{1}{2}\right) : \left(0,16 - \frac{62}{75}\right) \cdot \frac{3}{8} = \\ & = \left(\frac{10}{3} \cdot \frac{19}{10} + \frac{195}{10} : \frac{9}{2}\right) : \left(\frac{16}{100} - \frac{62}{75}\right) \cdot \frac{3}{8} = \\ & = \left(\frac{19}{3} + \frac{195 \cdot 2}{10 \cdot 9}\right) : \left(\frac{4}{25} - \frac{62}{75}\right) \cdot \frac{3}{8} = \\ & = \left(\frac{19}{3} + \frac{13}{3}\right) : \left(\frac{12}{75} - \frac{62}{75}\right) \cdot \frac{3}{8} = -\frac{32}{3} \cdot \frac{75}{50} \cdot \frac{3}{8} = -6. \end{aligned}$$

Ответ: - 6.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ.	2
Верно выполнен порядок действий, однако допущена вычислительная ошибка, не влияющая на ход решения примера, но ответ не правильный	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

2 Решить уравнение: $|5x - 4| = 1$.

Решение.

Данное уравнение равносильно совокупности двух уравнений:

1) $5x - 4 = 1$, $5x = 5$, отсюда $x = 1$;

2) $5x - 4 = -1$, $5x = 3$, $x = \frac{3}{5}$, $x = 0,6$.

Проверка.

1) Если $x = 1$, то $|5 \cdot 1 - 4| = 1$, отсюда $|1| = 1$ – верно.

2) Если $x = 0,6$, $|5 \cdot 0,6 - 4| = 1$, $|3 - 4| = 1$, отсюда $|-1| = 1$ – верно.

Ответ: 1; 0,6.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения уравнения верный, получен верный ответ	2
Ход решения уравнения верный, допущена вычислительная ошибка, в результате чего получен не верный ответ	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

3 В первый день бригада засеяла 40% поля, во второй – 25% оставшейся части поля. Сколько гектаров поля ещё нужно засеять, если в первый день было засеяно 60 га?

Решение.

- 1) Пусть x (га) – площадь поля, которое нужно засеять. Тогда в первый день засеяли $0,4x$, что составляет 60 га. Из равенства $0,4x=60$, получим, что $x=150$ (га);
- 2) $150 - 60 = 90$ (га) – площадь поля, которое осталось засеять.
- 3) Из условия задачи следует, что во второй день засеяли 25% от 90 (га).
 $25 \cdot 90 = 22,5$ (га) – засеяли во второй день.
- 4) $90 - 22,5 = 67,5$ (га) – осталось засеять.

Ответ: 67,5 (га).

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	3
Ход решения задачи верный, но получен не верный ответ из-за вычислительной ошибки	2
Решение в целом верное, но нет необходимых пояснений, допущены вычислительные ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

4 Катер прошёл по реке от одной пристани до другой за 11 часов и вернулся обратно, затратив на весь путь 25 часов. Какова собственная скорость катера, если расстояние между пристанями 308 км, скорость течения реки 3 км/ч

Решение.

- 1) Пусть x (км/ч) – собственная скорость катера, тогда $x + 3$ (км/ч) – скорость катера по течению, а $x - 3$ (км/ч) – скорость катера против течения.

- 2) Так как на весь путь катер затратил 25 часов и в одну сторону шёл 11 часов, то в другую сторону он шёл 14 часов. Поскольку против течения катер идёт медленней, 11 часов – время по течению, а 14 часов – против течения.
- 3) Так как расстояние между пристанями 308 км, то получим равенства: $308 = 11(x + 3)$ или $308 = 14(x - 3)$, тогда $x + 3 = 28$ или $x = 25$. Второе равенство при $x = 25$ имеет вид $308 = 14 \cdot 22$ – верно.

Ответ: 25 (км/ч).

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, получен верный ответ	2
Ответ верный, но обоснование отсутствует.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

- 5 Два различных простых двузначных числа получены друг из друга перестановкой цифр, а их разность является квадратом некоторого числа. Найти эти числа.

Решение.

- 1) Пусть двузначное число представлено в виде $10a + b$, где a и b – цифры не равные 0, так как иначе числа не будут двузначными. Тогда двузначное число, в котором поменяли цифры местами выглядит: $10b + a$.
- 2) Найдём разность между этими числами:

$$10a + b - 10b - a = 9a - 9b = 9(a - b).$$
Для того чтобы разность была квадратом некоторого числа, необходимо чтобы $a - b$ было квадратом некоторого числа, так как $9 = 3^2$.
- 3) Так как a и b цифры от 1 до 9, то $a - b$ должно быть равно 1 или 4, поскольку $1 = 1^2$; $4 = 2^2$, следующий квадрат $9 = 3^2$, но 9 невозможно получить как разность цифр от 1 до 9. Рассмотрим возможные значения для a и b , при которых $a - b = 4$.
- а) Если $a - b = 1$, то a и b это две последовательные цифры, значит одно из двузначных чисел, составленных из этих цифр будет четным, что противоречит условию.
- б) Если $a = 5$, а $b = 1$, то числа 51 и 15 не простые, не удовлетворяют условию задачи.
- в) Если $a = 6$, а $b = 2$, то числа 62 и 26 – не простые.
- г) Если $a = 7$, а $b = 3$, то числа 73 и 37 – простые, это удовлетворяет условию задачи.

д) Если $a = 8$, а $b = 4$, то числа 84 и 48 - не простые.

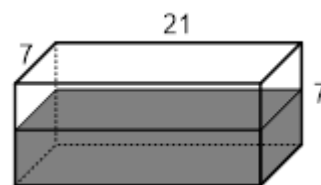
е) Если $a = 9$, а $b = 5$, то число 95 - не простое.

Таким образом, единственным возможным вариантом являются числа 73 и 37.

Ответ: 73 и 37.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	3
Ответ верный, но не полностью обоснованный	2
Получено верное выражение для разности двузначных чисел: $9(a-b)$, но решение не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

6 В сосуд, имеющий форму параллелепипеда со сторонами 21 см, 7 см и 7 см, налита жидкость, уровень которой составляет 5 см. Каким будет уровень жидкости в сосуде, если поставить его на квадратную грань? Ответ выразите в см.



Решение.

- 1) Найдём объём воды в сосуде: $V = 21 \cdot 7 \cdot 5 = 735$ (см³).
- 2) Если сосуд поставить на квадратную грань (7x7) и обозначить искомый уровень воды в нём через x , то объём воды может быть найден по формуле: $V = 7 \cdot 7 \cdot x = 49x$ (см³).
- 3) Поскольку объём воды в сосуде тот же самый, то получим уравнение $735 = 49x$, или $21 \cdot 7 \cdot 5 = 7 \cdot 7 \cdot x$, отсюда $x = 15$ (см).

Ответ: 15 см.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	3
Ход решения задачи верный, но получен не верный ответ из-за вычислительной ошибки	2
Верно найдены один или оба объёма, но окончательный ответ не найден.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

7 От моста поплыли одновременно пловец против течения и мяч по течению реки. Через 20 мин пловец поплыл обратно и догнал мяч в 2 км от моста. Какова скорость течения реки?

Решение.

- 1) Пусть x (км/ч) – скорость течения реки, а y (км/ч) – скорость, с которой может плыть пловец в стоячей воде, тогда $y - x$ (км/ч) – скорость пловца против течения, $y + x$ (км/ч) – скорость пловца по течению.
- 2) Найдём расстояние, на которое отделились мяч и пловец за 20 мин = $\frac{1}{3}$ ч:

$$S = \frac{1}{3}x + (y - x) \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}y.$$

- 3) Пусть t – время, которое прошло с момента, когда пловец повернул назад до того момента, когда он догнал мяч. За это время он проплыл расстояние, на которое отделился от мяча и расстояние, которое за это время проплыл мяч ($x \cdot t$). Учитывая это, получим уравнение:

$$t \cdot (x + y) = x \cdot t + \frac{1}{3}y,$$

отсюда $t \cdot x + t \cdot y = x \cdot t + \frac{1}{3}y$ или $t = \frac{1}{3}$.

- 4) Найдём скорость течения реки (x) из условия, что мяч отплыл от моста на расстояние равное 2 км. Из уравнения: $(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}) \cdot x = 2$, получим $x = 3$ (км/ч).

Ответ: 3.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	3
Ход решения задачи верный, получен не верный ответ из-за вычислительной ошибки.	2
Ход решения задачи верный, но решение не доведено до конца и ответ не обоснован.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3